

1-8. 물리진자를 이용한 단조화운동

1. 실험목적

본 실험의 목적은 단조화운동하는 물리진자 (physical pendulum)의 주기를 측정함으로써 강체의 관성모멘트와 단진동 특성을 이해한다.

2. 이론 및 원리

그림 1과 같이 주어진 강체가 회전축의 중심으로부터 벗어나 단진동하는 것을 물리진자라 하며, 이 경우 질량중심에 작용하는 돌림힘 때문에 평형점 (equilibrium point) 주위에 대한 주기적 운동을 하게 된다.

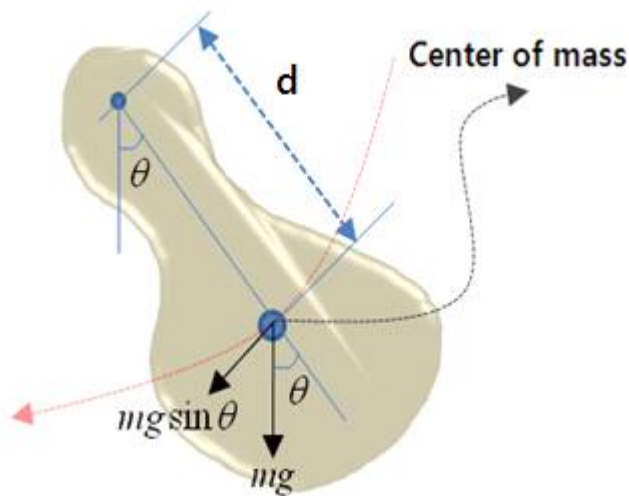


그림 1. 중력과 복원력

위 강체의 질량중심에 작용하는 돌림힘은 다음과 같이 주어진다.

$$\tau = I_r \alpha = d F_{\perp} = -mgd \sin \theta \quad (1)$$

위 식에서 d 는 고정축과 질량중심 사이의 거리를 나타내며, I 는 고정축에 대한 강체의 관성모멘트를 그리고 α 는 각가속도를 나타낸다. 평형점으로부터 각변위 θ 가 아주 작을 경우 $\sin \theta \approx \theta$ 로 근사를 취할 수 있으며, 이 경우 식 (1)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tau = I_r \alpha = I_r \frac{d^2 \theta}{dt^2} \approx -mgd \theta \quad (2)$$

위 식을 재정리하면 다음과 같다.

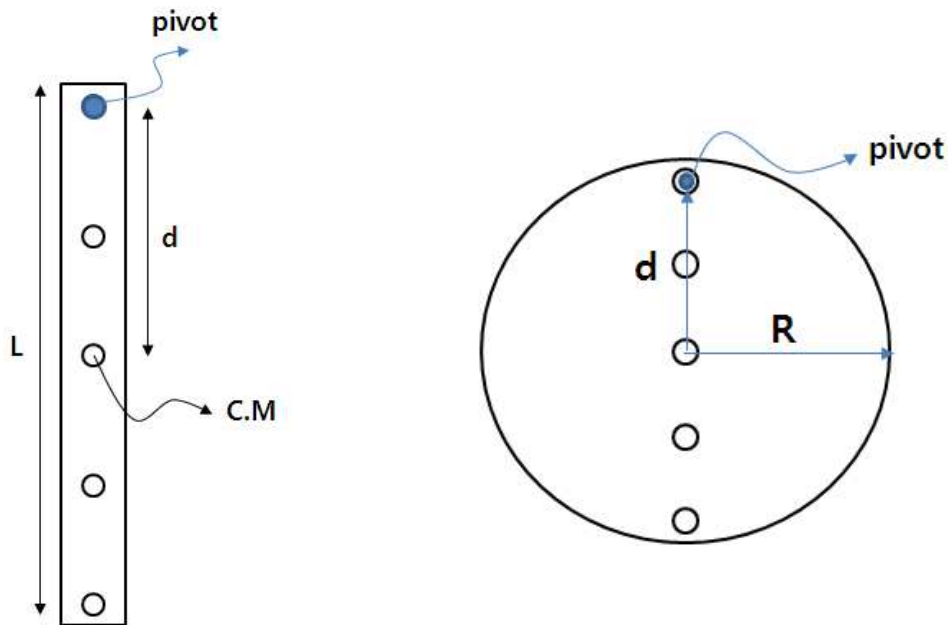
$$\ddot{\theta} + \frac{mgd}{I_r} \theta = 0, \quad \left[\ddot{\theta} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \right] \quad (3)$$

식 (3)의 미분방정식으로부터 주어진 물리진자가 단조화운동을 한다는 것을 알 수 있다. 따라서 물리진자의 주기는 다음과 같이 주어진다.

$$\therefore T = 2\pi \sqrt{\frac{I_r}{mgd}} \quad (4)$$

질량중심으로부터 거리 d 만큼 떨어진 지점에 대한 강체의 관성모멘트는 평행축정리 (parallel theorem)를 이용하여 계산할 수 있으며, 그 관계식은 아래와 같다.

$$I_r = I_{cm} + md^2 \quad (5)$$



위 그림에서와 같이 길이 L , 질량 M 인 균일한 막대가 질량중심으로부터 d 만큼 떨어진 곳을 회전축으로 하여 운동할 경우 주어진 막대의 주기는 질량중심에 대한 관성모멘트, $I_{cm} = (1/12)ML^2$ 과 식 (5)로부터 다음과 같이 주어진다.

$$\therefore T = 2\pi\sqrt{\frac{L^2 + 12d^2}{12gd}} \quad (6)$$

마찬가지로 반지름 R, 질량 M인 균일한 원판이 질량중심으로부터 거리 d만큼 떨어진 지점을 회전축으로 하여 운동할 경우 주기는 다음과 같이 주어진다.

$$\therefore T = 2\pi\sqrt{\frac{R^2 + 2d^2}{2gd}} \quad (7)$$

균일한 원판의 질량중심에 대한 관성모멘트는 $I_{cm} = (1/2)MR^2$ 이다.

3. 실험장치 및 방법

1) 실험장치

알루미늄 막대, 알루미늄 원판, 쇠자, 스탠드, 로터리모션센서, 750 인터페이스, 클램프




2) 실험방법


- ① 막대의 길이와 질량을 측정 후 기록한다.
- ② 원판의 반지름과 질량을 측정 후 기록한다.
- ③ 스탠드에 로터리모션센서를 설치한 후 센서의 두 플러그를 “750 인터페이스”의 “Digital

Channel" 1과 2에 연결한다.

④ "750 인터페이스"를 켜 다음, 컴퓨터에 연결한다.

⑤ 컴퓨터 화면상에 있는 "DataStudio"  를 실행시킨다.


⑥ "Welcome to DataStudio" 창에서 "Create Experiment"  를 선택한다.

⑦  에 있는 "Digital Channel"의 1을 클릭한다.

⑧ 다음 창에서 "Rotary Motion Sensor"를 선택하고 "OK" 버튼을 누른다.

⑨ "Rotary Motion Sensor"의 "measurements"에서 Angular Position, Ch 1&2 를 선택한다.

● 이 경우 "Sample Rate"는 20 Hz, "Resolution"은 1440을 선택한다.


⑩ 좌측 "Displays" 기능 중에서  Graph "를 선택한다.

⑪ 로터리모션센스의 중심축에 알루미늄막대를 고정시킨다.

⑫ 막대의 질량중심에서 로터리모션센서의 중심축까지의 길이, d를 측정하고 기록한다.

⑬ $\sim 5^\circ$ 이하의 진폭을 유지하도록 알루미늄 막대를 흔든다. ($\sin\theta \approx \theta$)

⑭ "DataStudio"의 "start" 버튼을 눌러 10회 이상의 진동이 완성될 때 까지 측정을 유지한 후 "stop" 버튼을 누른다. (오차를 최소화하기 위해 여러 주기에 걸친 평균값을 얻기 위한 절차)

⑮ 그래프 위쪽에 놓여있는  (smart tool) 버튼을 이용하여 10회 진동에 대한 시간을 측정한 후 기록한다. (같은 위상을 기준으로 측정해야 하며, 자료는 소수 3째 자리까지 기록한다.)

⑯ 알루미늄 막대의 d를 바꿔가며 위의 ⑪~⑮ 과정을 반복한다.

⑰ 알루미늄 원판에 대해 위의 ⑪~⑯ 과정을 반복한다.

성 명: _____

학 번: _____

분반/조: _____

조 원: _____

담당교수: _____

담당조교: _____

실험일시: 년 월 일 요일 시

제출일시: 년 월 일 요일 시

4. 결과 및 분석

1) 알루미늄 막대와 원판에 대한 정보를 표 1에 기록하고, 아래 주어진 평가들을 완성하라.

표 1. 알루미늄 막대와 원판의 질량, 길이, 지름

	질량 (g)	길이, 지름 (cm)	note
막대			
원판			

㉔ 표 1의 자료를 이용하여 알루미늄 막대와 원판의 질량중심에 대한 관성모멘트 (I_{cm})를 각각 계산하라. (관계식을 직접 유도하여 상세히 기술하라.)

2) 알루미늄 막대에 대한 실험결과를 표 2에 기록하고, 아래 주어진 평가들을 완성하라.

표 2. 막대의 경우 각 d 에서의 주기 측정

Trial	중심으로부터 거리, d (m)	$10T$	T	T^2
1				
2				
3				
4				
5				

㉓ 식 (6)을 이용하여 표 2의 각 d 에서 주기 T 를 계산하고 그 결과들을 표 2의 결과와 비교하고, 각각에 대한 상대오차를 평가하라.

3) 알루미늄 원판에 대한 실험결과를 표 3에 기록하고, 아래 주어진 평가들을 완성하라.

표 3. 원판의 경우 각 d 에서의 주기 측정

Trial	중심으로부터 거리, d (m)	$10T$	T	T^2
1				
2				
3				
4				
5				

㉠ 식 (7)을 이용하여 표 3의 각 d 에서 주기 T 를 계산하고 그 결과들을 표 3의 결과와 비교하고, 각각에 대한 상대오차를 평가하라.

4) θ 가 $1^\circ \sim 18^\circ$ 사이의 값들에 대해 $\theta(\text{rad})$ 와 $\sin\theta(\text{rad})$ 를 계산기를 사용하여 얻은 결과를 표 4에 기록하고 아래 주어진 평가들을 완성하라. (소수점 5째 자리까지 표시)

표 4. $\sin\theta$ 와 θ 의 관계

Deg ($^\circ$)	Radian	Sine value	Deg ($^\circ$)	Radian	Sine value
1			10		
2			11		
3			12		
4			13		
5			14		
6			15		
7			16		
8			17		
9			18		

㉑ 표 4로부터 어떠한 영역에서 $\sin\theta \approx \theta$ 로 근사가 가능한지 확인하라. (단, 소수점 3째 자리까지 비교하라.)

㉒ 만약 회전 각도가 커 $\sin\theta \approx \theta$ 범위를 벗어나면 물리적 결과에는 어떠한 영향이 있는지 설명하라.

㉔ 표 2의 자료를 이용하여 T^2d 와 d^2 에 대한 그래프를 얻고 linear fitting한 결과로부터 중력가속도를 구하고, 9.8 m/s^2 과 비교해 상대오차를 평가하라.

㉕ 위 ㉔에서 오차가 발생했다면 그 오차의 발생 원인이 물리진자의 진동 폭 때문 인지를 표 4를 통해 조사해 보라. 그 이외 다른 오차의 원인이 있을 수 있는가?

5. 결론 (본 실험을 통해 얻은 결과를 간단히 기술하라.)

6. 참고자료

