

1-5. 물체의 충돌과 선운동량보존

1. 실험목적

역학수레의 다양한 충돌을 통해 충돌 전후 선운동량이 보존되는지를 조사한다. 역학수레의 마찰을 최소화하기 위해 공기미끄럼대 (air track) 위에서 실험을 수행하게 되며, 한 물체가 정지한 상태에서 충돌이 일어나는 경우, 두 물체가 나란하게 운동하면서 충돌하는 경우 그리고 서로 마주보고 달려오면서 충돌하는 경우 등을 다양하게 조사 해 본다.

2. 이론 및 원리

뉴턴 운동방정식으로부터 정의된 힘과 선운동량은 다음과 같이 표현된다.

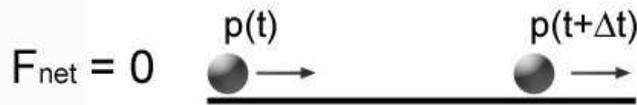
$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\frac{d^2\vec{s}}{dt^2} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (1)$$

여기서, \vec{p} 는 선운동량 (linear momentum)으로 질량과 속도의 곱으로 정의되는 물리량이다. 임의의 물리계에 작용하는 알짜 힘이 0일 경우, 식 (1)은 다음과 같다.

$$\vec{F} = m\vec{a} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{p}(t+\Delta t) - \vec{p}(t)}{\Delta t} = 0 \quad (2)$$

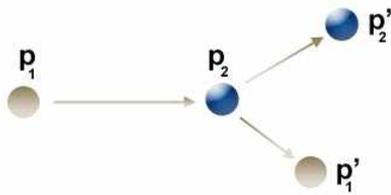
$$\therefore \vec{p} = \text{상수} = \vec{p}(t+\Delta t) = \vec{p}(t) \text{ (보존)} \quad (3)$$

이와 같이 알짜 힘이 0인 물리계의 운동량은 항상 보존됨을 알 수 있다. 알짜 힘이 “0”인 계는 외부로부터 아무런 힘을 받지 않기 때문에 이러한 물리계를 **고립계 (isolated system)**라하며, 식 (3)과 같이 고립계의 선운동량은 항상 보존됨을 알 수 있다.



위 그림과 같이 어떤 물체가 외부로부터 아무런 힘을 받지 않으면 ($F_{net} = 0$), Δt 만큼 시간이 지난 뒤에도 이 물체의 운동 상태에는 아무런 변화가 없기 때문에 이 시간동안 물체의 선운동량은 보존된다는 것을 알 수 있다. 즉, **고립계**이기 때문에 선운동량이 보존되는 것이다. 그런데 만약 두 물체 사이에 충돌이 일어나면 이때도 선운동량이 보존될까? 충돌이 일어나는 동안 주어진 물리계에 작용하는 힘은 다음과 같이 주어진다.

$$\vec{F}_{net} = \text{내력} + \text{외력} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} + \vec{F}_{\text{외력}} \quad (4)$$



충돌이 일어나는 순간 두 입자는 서로에게 충격을 가하게 되고 이때 두 물체 사이에 작용하는 힘은 작용-반작용력으로 $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ 관계를 만족하게 된다. 따라서 위 식 (4)에는 언제나 외력만 남게 된다.

$$\vec{F}_{net} = \vec{F}_{12} + (-\vec{F}_{12}) + \vec{F}_{외력} = \vec{F}_{외력}$$

위 식에서 알 수 있듯이 만약 외부에서 작용하는 힘이 0이면 알짜 힘은 0이 되고 주어진 물리계는 고립계가 된다. 따라서 충돌 시에도 고립계이면 주어진 물리계의 총 선운동량은 언제나 보존된다.

$$\therefore \vec{F} = \vec{F}_{외력} = 0 = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (5)$$

만약 고립계에 있는 두 물체가 탄성충돌하게 되면 선운동량뿐만 아니라 운동에너지도 보존되기 때문에 다음과 같은 식을 얻을 수 있다. (두 물체 사이의 위치에너지는 무시한다.)

$$\vec{p}_A + \vec{p}_B = \vec{p}'_A + \vec{p}'_B \Rightarrow m_A v_A + m_B v_B = m_A v'_A + m_B v'_B$$

$$K_A + K_B = K'_A + K'_B \Rightarrow \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 = \frac{1}{2} m_A v'^2_A + \frac{1}{2} m_B v'^2_B$$

<1> 정지해 있는 물체와 충돌하는 경우 (simple collision)

$v_2 = 0$ 인 경우 선운동량보존과 운동에너지보존을 적용하여 얻은 충돌 후 두 물체의 속도는 다음과 같이 주어진다.

$$m_1 v_1 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2, \quad \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v'^2_1 + \frac{1}{2} m_2 v'^2_2$$

$$\therefore v'_A = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} v_A, \quad \therefore v'_B = \frac{2m_A v_A}{m_A + m_B} \quad (6)$$

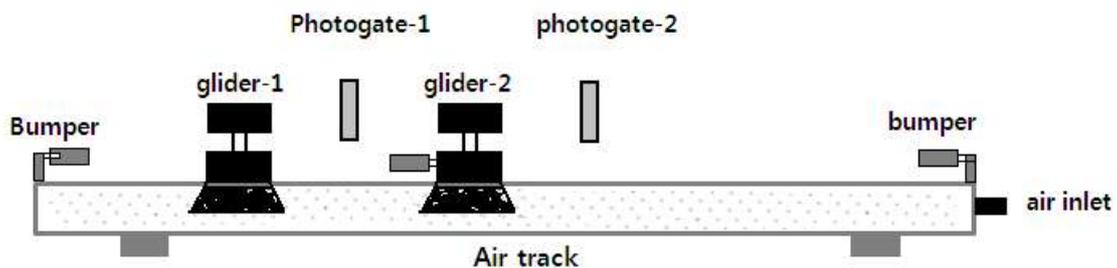


그림 1. 정지해 있는 물체와 충돌하는 경우의 실험장치도

<2> 나란하게 달려가면서 충돌하는 경우 (Head-on collision along same direction)

단 $v_1 > v_2$ 인 경우로 선운동량보존과 운동에너지보존을 적용하여 얻은 충돌 후 두 물체의 속도는 다음과 같이 주어진다.

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2', \quad \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2$$

$$\therefore v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2, \quad \therefore v_2' = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2 + \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \quad (7)$$

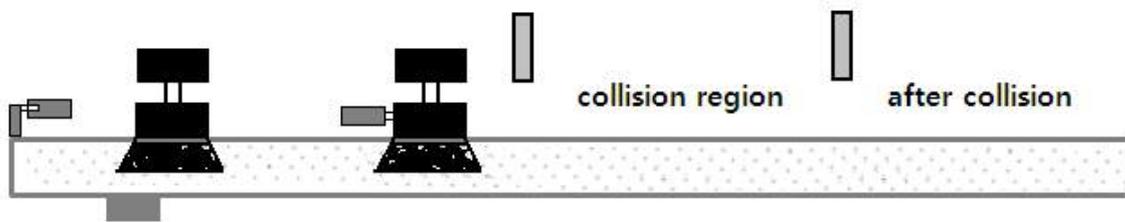


그림 2. 나란하게 달려가면서 충돌하는 경우의 실험장치도

<3> 서로 달려오면서 충돌하는 경우 (head-on collision under opposite direction)

v_1, v_2 로 서로를 향해 달려오면서 충돌하는 경우로 선운동량보존과 운동에너지보존을 적용하여 얻은 충돌 후 두 물체의 속도는 다음과 같이 주어진다.

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = -m_1 v_1' + m_2 v_2' \quad \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2$$

$$\therefore v_1' = \frac{2m_2 v_2 + (m_2 - m_1) v_1}{m_1 + m_2} \quad \therefore v_2' = \frac{2m_1 v_1 + (m_1 - m_2) v_2}{m_1 + m_2}$$

(8)

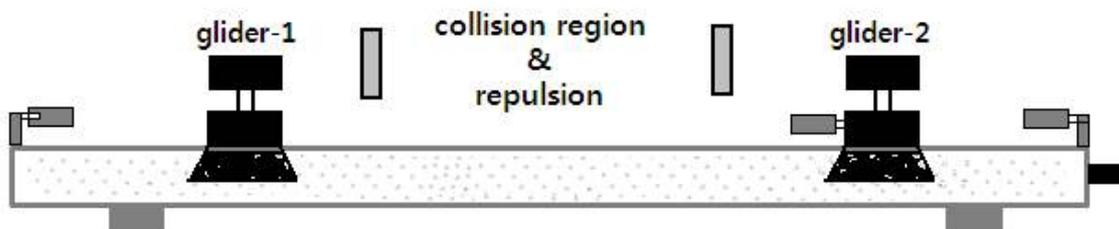


그림 3. 서로 달려오면서 충돌하는 경우의 실험장치도

3. 실험장치 및 방법

1) 실험장치

역학수레 (2개), 플래그 (2개), 완충용 범퍼 (3개), 공기미끄럼대, 광센서 (2개), 추 세트, 750 인터페이스, 전자저울, 랩잭 (2개), 고무줄, 공기주입용 호스



그림 4. 실험장치에 필요한 장비 및 액세서리

2) 실험방법

- ① 공기미끄럼대에 공기주입호스를 연결하고 조절나사를 이용하여 수평이 되게 한다.
- ② 역학수레를 공기미끄럼대 중앙에 두고 공기를 주입한 뒤 좌우로 이동하지 않도록 나사를 이용하여 미세조정 한다. (한쪽 방향으로 많이 흐르지 않도록 수평을 유지하면 된다.)
- ③ 광센서 (2개) 플래그를 750 인터페이스의 Digital channel에 순차적으로 연결한다.
- ④ 750 인터페이스는 USB를 이용하여 컴퓨터에 연결한 후 전원을 켜다.
- ⑤ DataStudio를 실행시키고 화면의  Create Experiment  를 선택한다.
- ⑥  에서 “Digital Channel”의 1을 클릭하고 “Photogate”를 선택한다.

- ⑦ "Photogate" 구동을 위한 상수 및 측정방법 (속도)을 지정한다.
- "Constants"를 클릭한 후 글라이드 위에 있는 플래그의 길이를 입력한다.
- "Measurement"는 "Velocity, Ch1"과 "Velocity, Ch2"를 선택한다.
- ⑧ "DataStudio" 화면 왼쪽 아래에 있는 "Displays" 목록 중 "Table"을 두 번 선택하여 "Velocity, Ch1"과 "Velocity, Ch2"를 지정한다. (두 개의 table을 이용한다.)
- ⑨ 랩잭 위에 광센서를 올려놓고 공기미끄럼대 위의 글라이드가 잘 통과할 수 있도록 높이를 조절한다. (실험의 종류에 따라 그림을 참고하면서 광센서의 배치를 결정한다.)
- ⑩ "DataStudio"의 "start" 버튼을 누른다.
- ⑪ 압축공기를 공기미끄럼대에 공급하고 역학수레를 이용하여 <실험1>, <실험2>, 그리고 <실험3>을 수행한다.
- ⑫ "DataStudio"의 "stop" 버튼을 누른 다음, "Table"에 기록되어 있는 두 글라이드의 속도를 표에 기록한다.
- ⑬ 위 ⑩~⑫과정을 반복 수행하고 결과를 표에 기록한다.

<실험1> 정지해 있는 물체와 충돌하는 경우 (simple collision)

그림 1과 같이 배치를 하고 역학수레-02는 광센서 사이에 정지시켜 두고 역학수레-01만 운동시켜 두 역학수레를 충돌시킨다. 광센서로 측정한 두 역학수레의 속도가 "table"에 순차적으로 기록된다.



<실험2> 나란하게 달려가면서 충돌하는 경우 (Head-on collision along same direction)

그림 2와 같이 배치를 하고 두 역학수레-01과 -02는 모두 왼쪽에서 출발시키되 01번 (왼쪽)이 02번 (오른쪽) 보다 큰 속도를 가지도록 한다. 광센서로 측정한 두 역학수레의 속도가 "table"에 순차적으로 기록된다.



<실험3> 서로 달려오면서 충돌하는 경우 (head-on collision under opposite direction)

그림 3과 같이 배치를 하고 두 역학수레를 왼쪽과 오른쪽으로 많이 떼어 놓은 다음 서로를 향해 달려오면서 충돌시키도록 한다. 광센서로 측정한 두 역학수레의 속도가 "table"에 순차적으로 기록된다.





성 명: _____

학 번: _____

분반/조: _____

조 원: _____

담당교수: _____

담당조교: _____

실험일시: 년 월 일 요일 시

제출일시: 년 월 일 요일 시

4. 결과 및 분석

1) <실험1>에서 얻은 자료를 표 1에 기록하고, 아래 주어진 평가들을 완성하라.

표 1. 정지해 있는 물체와 충돌하는 경우 충돌전·후 속도

Condition	Trial	m (kg)		V_i (m/s)			
		m_1	m_2	v_1	v_2	v_1'	v_2'
$m_1 = m_2$	1				0		
	2				0		
$m_1 > m_2$	1				0		
	2				0		
$m_1 < m_2$	1				0		
	2				0		

㉠ <실험1>의 식 (6)과 표 1의 자료를 이용하여 충돌 후 두 역학수레의 속도를 계산하고, 그 결과를 표 1의 실험결과와 비교하여 선운동량보존을 확인하라. 오차가 발생했다면 그 원인이 무엇인지 간단히 설명하라. (식과 계산절차를 상세히 기술하라.)

㉠-1) $m_1 = m_2$

㉠-2) $m_1 > m_2$

㉠-3) $m_1 < m_2$

2) <실험2>에서 얻은 자료를 표 2에 기록하고, 아래 주어진 평가들을 완성하라.

표 2. 나란하게 달려가면서 충돌하는 경우 충돌전·후의 속도

Condition	Trial	m (kg)		V_i (m/s)			
		m_1	m_2	v_1	v_2	v_1'	v_2'
$m_1 = m_2$	1						
	2						
$m_1 > m_2$	1						
	2						

㉠ <실험2>의 식 (7)과 표 2의 자료를 이용하여 충돌 후 두 역학수레의 속도를 계산하고, 그 결과를 표 2의 실험결과와 비교하여 선운동량보존을 확인하라. 오차가 발생했다면 그 원인이 무엇인지 간단히 설명하라. (식과 계산절차를 상세히 기술하라.)

㉠-1) $m_1 = m_2$

㉠-2) $m_1 > m_2$

3) <실험3>에서 얻은 자료를 표 3에 기록하고, 아래 주어진 평가들을 완성하라.

표 3. 서로 달려오면서 충돌하는 경우 충돌전·후의 속도

Condition	Trial	m (kg)		V_i (m/s)			
		m_1	m_2	v_1	v_2	v_1'	v_2'
$m_1 = m_2$	1						
	2						
$m_1 \neq m_2$	1						
	2						

㉑ <실험3>의 식 (8)과 표 3의 자료를 이용하여 충돌 후 두 역학수레의 속도를 계산하고, 그 결과를 표 3의 실험결과와 비교하여 선운동량보존을 확인하라. 오차가 발생했다면 그 원인이 무엇인지 간단히 설명하라. (식과 계산절차를 상세히 기술하라.)

㉑-1) $m_1 = m_2$

㉑-2) $m_1 \neq m_2$

4) <실험1>에서 $m_1 \gg m_2$ 일 때 식 (6)의 결과가 $v_1' \approx v_1$, $v_2' \approx 2v_1$ 로 근사될 수 있음을 보이고, 이 결과를 실험으로 증명해 보자.

5) <실험1>에서 $m_1 \ll m_2$ 일 때 식 (6)의 결과가 $v_1' \approx -v_1$, $v_2' \approx 0$ 로 근사될 수 있음을 보이고, 이 결과를 실험으로 증명 해 보자.

5. 결론 (본 실험을 통해 얻은 결과를 간단히 기술하라.)

6. 참고자료

